

Контрольные работы по алгебре и началам анализа в 11 классе

Контрольная работа № 1

по теме «Тригонометрические функции»

Вариант 1

1. Найдите область определения и множество значений функции $y = 2 \cos x$.
2. Выясните, является ли функция $y = \sin x - \operatorname{tg} x$ четной или нечетной.
3. Изобразите схематически график функции $y = \sin x + 1$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 3 \sin x \cdot \cos x + 1$.
5. Постройте график функции $y = 0,5 \cos x - 2$. При каких значениях x функция возрастает? Убывает?

Вариант 2

1. Найдите область определения и множество значений функции $y = 0,5 \cos x$.
2. Выясните, является ли функция $y = \cos x - x^2$ четной или нечетной.
3. Изобразите схематически график функции $y = \cos x - 1$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{1}{3} \cos^2 x - \frac{1}{3} \sin^2 x + 1$.
5. Постройте график функции $y = 2 \sin x + 1$. При каких значениях x функция возрастает? Убывает?

Контрольная работа № 2

по теме «Производная и ее геометрический смысл»

Вариант 1

1. Найдите производную функции: а) $3x^2 - \frac{1}{x^3}$; б) $\left(\frac{x}{3} + 7\right)^6$; в) $e^x \cos x$; г) $\frac{2^x}{\sin x}$.
2. Найдите значение производной функции $f(x) = 1 - 6\sqrt[3]{x}$ в точке $x_0 = 8$.
3. Запишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = \sin x - 3x + 2$ в точке $x_0 = 0$.

4. Найдите значения x , при которых значения производной функции $f(x) = \frac{x+1}{x^2+3}$ положительны.
5. Найдите точки графика функции $f(x) = x^3 - 3x^2$, в которых касательная к нему параллельна оси абсцисс.
6. Найдите производную функции $f(x) = \log_3(\sin x)$.

Вариант 2

1. Найдите производную функции: а) $2x^3 - \frac{1}{x^2}$; б) $(4 - 3x)^6$; в) $e^x \cdot \sin x$; г) $\frac{3^x}{\cos x}$.
2. Найдите значение производной функции $f(x) = 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$ в точке $x_0 = \frac{1}{4}$.
3. Запишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = 4x - \sin x + 1$ в точке $x_0 = 0$.

4. Найдите значения x , при которых значения производной функции $f(x) = \frac{1-x}{x^2+8}$ отрицательны.
5. Найдите точки графика функции $f(x) = x^3 + 3x^2$, в которых касательная к нему параллельна оси абсцисс.
6. Найдите производную функции $f(x) = \cos(\log_2 x)$.

Контрольная работа № 3

по теме «Применение производной к исследованию функций»

Вариант 1

1. Найдите стационарные точки функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$.
2. Найдите экстремумы функции: а) $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$; б) $f(x) = e^x(2x - 3)$.
3. Найдите интервалы возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$.

4. Постройте график функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на отрезке $[-1; 2]$.
5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на отрезке $[0; 1,5]$.
6. Среди прямоугольников, сумма длин трех сторон которых равна 20, найдите прямоугольник наибольшей площади.

Вариант 2

1. Найдите стационарные точки функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$.
2. Найдите экстремумы функции: а) $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$; б) $f(x) = e^x(5 - 4x)$.
3. Найдите интервалы возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$.

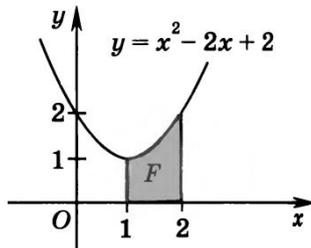
4. Постройте график функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ на отрезке $[-1; 2]$.
5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ на отрезке $[0; 1,5]$.
6. Найдите ромб с наибольшей площадью, если известно, что сумма длин его диагоналей равна 10.

Контрольная работа № 4

по теме «Интеграл»

Вариант 1

1. Докажите, что функция $F(x) = 3x + \sin x - e^{2x}$ является первообразной функции $f(x) = 3 + \cos x - 2e^{2x}$ на всей числовой оси.
2. Найдите первообразную F функции $f(x) = 2\sqrt{x}$, график которой проходит через точку $A(0; \frac{7}{8})$.
3. Вычислите площадь фигуры, изображенной на рисунке.

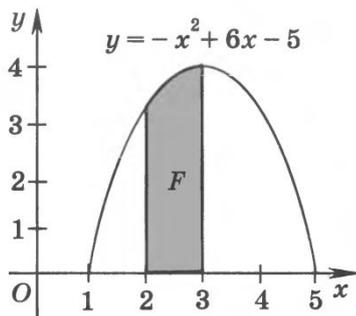


-
4. Вычислить интеграл: а) $\int_1^2 \left(x + \frac{2}{x}\right) dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$.
 5. Найдите площадь фигуры, ограниченной прямой $y = 1 - 2x$ и графиком функции $y = x^2 - 5x - 3$.

Вариант 2

1. Докажите, что функция $F(x) = x + \cos x + e^{3x}$ является первообразной функции $f(x) = 1 - \sin x + 3e^{3x}$ на всей числовой оси.

- Найдите первообразную F функции $f(x) = -3\sqrt[3]{x}$, график которой проходит через точку $A(0; \frac{3}{4})$.
- Вычислите площадь фигуры, изображенной на рисунке.



- Вычислить интеграл: а) $\int_1^3 (x^2 + \frac{3}{x}) dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$.
- Найдите площадь фигуры, ограниченной прямой $y = 3 - 2x$ и графиком функции $y = x^2 + 3x - 3$.

Контрольная работа № 5

по теме «Комбинаторика. Элементы теории вероятностей. Статистика»

Вариант 1

- В клубе 25 спортсменов. Сколькими способами из них можно составить команду из четырех человек для участия в четырехэтапной эстафете с учетом порядка пробега этапов?
 - Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,4,0 при условии, что каждая цифра может содержаться в записи числа лишь один раз?
 - Решите уравнение $A_{x-1}^2 - C_x^1 = 98$.
 - Напишите разложение степени бинома $(2x^2 - \frac{1}{x})^5$.
-
- Из колоды в 36 карт вытаскивают две карты. Какова вероятность извлечь при этом карты одинаковой масти?

- На прямой взяты 6 точек, а на параллельной ей прямой – 7 точек. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются данные точки?

Вариант 2

- Сколькими способами можно составить трехцветный полосатый флаг, если имеется материал пяти различных цветов?
- Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3

при условии, что цифры могут повторяться?

3. Решите уравнение $A_x^3 - 6C_x^{x-2} = 0$.

4. Напишите разложение степени бинома $\left(3x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$.

5. Из колоды в 36 карт вытаскивают три карты. Какова вероятность того, что все они тузы?

6. Сколько существует треугольников, у которых вершины являются вершинами данного выпуклого 10-угольника?

Тест

для проверки обязательных результатов обучения
за курс алгебры и начал анализа

1. Вычислить $\sqrt{16}$.

а) 8; б) ± 8 ; в) 4; г) ± 4 .

2. Вычислить $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$

а) 8; б) ± 8 ; в) 16; г) ± 64 .

3. Вычислить $\sqrt{1 \frac{25}{144}}$

а) $1 \frac{5}{12}$; б) $1 \frac{1}{12}$; в) $\pm \frac{5}{12}$; г) $\pm 1 \frac{1}{12}$.

4. Найти $\sqrt[4]{a^{24}}$, если $a \geq 0$.

а) a^{20} ; б) a^6 ; в) $\pm a^{20}$; г) $\pm a^6$.

5. Упростить $\sqrt[6]{\sqrt{\alpha}}$, если $a \geq 0$.

а) $\frac{\alpha}{12}$ б) $\sqrt[3]{\alpha}$; в) $-\sqrt[3]{\alpha}$; г) $\sqrt[12]{\alpha}$.

6. Вынести множитель из-под знака корня: $\sqrt[3]{54}$

а) $2\sqrt[3]{3}$; б) $3\sqrt[3]{2}$; в) 18; г) $5\sqrt[3]{4}$

7. Извлечь корень: $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}$.

а) $\sqrt{5} - 2$; б) $2 - \sqrt{5}$; в) $1 - \sqrt{5}$; г) $1 - \sqrt[4]{5}$.

8. Найти значение выражения $5^0 + \left(-1 \frac{1}{2}\right)^3$.

а) $3 \frac{7}{8}$; б) $-\frac{1}{8}$; в) $-2 \frac{3}{8}$; г) $-3 \frac{3}{8}$.

9. Найти значение выражения $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} + (-3)^2$.

а) $-9 \frac{1}{16}$; б) $8 \frac{15}{16}$; в) -25 ; г) 25.

10. Представить выражение $\sqrt[4]{a^5}$, где $a \geq 0$, в виде степени.

а) $a^{\frac{4}{5}}$; б) $a^{\frac{5}{4}}$; в) a^9 ; г) a^{20} .

11. Выполнить деление: $4^{\frac{5}{3}} : 4^{\frac{5}{6}}$.

- а) 1; б) 2; в) 4^2 ; г) $4^{\frac{5}{6}}$.
12. Возвести в степень: $\left(\frac{2}{\alpha^6}\right)^3$.
- а) $\frac{6}{\alpha^{18}}$; б) $\frac{8}{\alpha^{18}}$; в) $\frac{8}{\alpha^9}$; г) $\frac{6}{\alpha^9}$.
13. Сравнить числа $(0,35)^\pi$ и $(0,35)^3$.
- а) $(0,35)^\pi < (0,35)^3$; б) $(0,35)^\pi = (0,35)^3$; в) $(0,35)^\pi > (0,35)^3$
14. Упростить выражение $\frac{a-b}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}}$
- а) $a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}$; б) $a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}$; в) $a + b$; г) $a - b$.
15. Решить уравнение $\sqrt{2x^2 - 3} = x$.
- а) $x = -3$; б) $x_1 = -3, x_2 = 3$; в) $x = \sqrt{3}$; г) нет корней.
16. Решить уравнение $2^x = -4$.
- а) $x = -2$; б) $x = -0,5$; в) $x = 2$; г) нет корней.
17. Решить неравенство $\left(\frac{1}{5}\right)^x > 25$.
- а) $x < -2$; б) $x > -2$; в) $x < 2$; г) $x = 2$.
18. Указать уравнение, корнем которого является логарифм числа 5 по основанию 3.
- а) $5^x = 3$; б) $x^5 = 3$; в) $3^x = 5$; г) $x^3 = 5$.
19. Найти $\log_{0,5} 8$.
- а) 3; б) -3; в) 4; г) -4.
20. Вычислить $4^{1 + \log_4 3}$.
- а) 7; б) 8; в) 12; г) 256.
21. Упростить разность $\log_6 72 - \log_6 2$.
- а) $\log_6 70$; б) $\frac{\log_6 72}{\log_6 2}$; в) 2; г) 6.
22. Найти $\lg a^3$, если $\lg a = m$.
- а) $\frac{m}{3}$; б) $3 + m$; в) $3m$; г) m^3 .
23. Выразить $\log_5 e$ через натуральный логарифм.
- а) $\frac{1}{\ln 5}$; б) $\frac{1}{\lg 5}$; в) $\frac{e}{\ln 5}$; г) $\ln 5$.
24. Решить уравнение $\log_5 x = -2$.
- а) $x = -2$; б) $x = 0,1$; в) $x = 0,04$; г) нет корней.
25. Решить неравенство $\log_{0,3} x > 1$.
- а) $x > 1$; б) $x > 0,3$; в) $x < 0,3$; г) $0 < x < 0,3$.
26. Найти радианную меру угла 240° .
- а) $\frac{7}{5}\pi$; б) $\frac{2}{3}\pi$; в) $\frac{4}{3}\pi$; г) $\frac{3}{2}\pi$.
27. Найти значение выражения $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$
- а) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$; б) $\frac{-\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$; в) $\frac{-\sqrt{2}+1}{2}$; г) $\frac{-\sqrt{2}-1}{2}$;
28. Найти $\sin a$, если $\cos a = \frac{5}{13}$ б $\frac{3}{2}\pi < \alpha < 2\pi$
- а) $\frac{8}{13}$; б) $-\frac{8}{13}$; в) $\frac{12}{13}$; г) $-\frac{12}{13}$.

29. Найти $\operatorname{tg} \alpha$, если $\operatorname{ctg} \alpha = 0,4$
 а) $\frac{5}{2}$; б) $\frac{3}{5}$; в) $-\frac{5}{2}$; г) $-\frac{3}{5}$.
30. Найти $\sin 2\alpha$, если $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$.
 а) $-\frac{24}{25}$; б) $-\frac{12}{25}$; в) $\frac{1}{5}$; г) $-\frac{7}{25}$.
31. Найти $\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$, $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$.
 а) 1; б) $-\frac{7}{25}$; в) $\frac{24}{25}$; г) $\frac{7}{25}$.
32. Записать $\cos 580^\circ$ с помощью наименьшего положительного угла.
 а) $\sin 50^\circ$; б) $-\sin 50^\circ$; в) $-\cos 40^\circ$; г) $\cos 40^\circ$.
33. Упростить выражение $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \sin(\pi - \alpha) + \operatorname{tg}\left(\frac{3}{2}\pi - \alpha\right)$
 а) $\cos \alpha \sin \alpha - \operatorname{tg} \alpha$; б) $\cos^2 \alpha + \operatorname{tg} \alpha$; в) $\cos^2 \alpha - \operatorname{ctg} \alpha$; г) $-\sin^2 \alpha + \operatorname{ctg} \alpha$
34. Указать выражение, которое не имеет смысла.
 а) $\arccos \frac{\pi}{4}$; б) $\arcsin 1$; в) $\operatorname{arctg} 15$; г) $\arccos \sqrt{3}$
35. Решить уравнение $\cos x = -1$ (в ответах $k \in \mathbb{Z}$)
 а) $x = \pi + \pi k$; б) $x = \pi + 2\pi k$; в) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$; г) $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$
36. Решить уравнение $\sin x = 0$ (в ответах $k \in \mathbb{Z}$)
 а) $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$; б) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$; в) $x = \pi k$; г) $x = 2\pi k$
37. Найти $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$
 а) $\frac{2}{3}\pi$; б) $\frac{5}{6}\pi$; в) $-\frac{\pi}{3}$; г) $-\frac{\pi}{6}$.
38. Найти $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
 а) $\frac{5}{6}\pi$; б) $\frac{2}{3}\pi$; в) $-\frac{\pi}{3}$; г) $-\frac{\pi}{6}$.
39. Найти производную функции $x^{\frac{1}{5}}$, где $x > 0$
 а) $-\frac{4}{5}x^{\frac{1}{5}}$; б) $5x^{-\frac{4}{5}}$; в) $\frac{1}{5}x^{-\frac{4}{5}}$; г) $\frac{1}{5}x^5$.
40. Найти производную функции $3\cos x + 5$
 а) $3\sin x$; б) $-3\sin x$; в) $2\cos x + 4$; г) $-3\sin x + 5$
41. Найти производную функции $x \log_2 x$
 а) $1 + \frac{1}{x \ln 2}$; б) $\frac{x}{\ln 2}$; в) $x + \frac{1}{\ln 2}$; г) $x + \frac{1}{x}$.
42. Найти точку (точки) экстремума функции $y = 2x^3 - 3x^2$.
 а) $\frac{3}{2}$; б) $x_1 = 0, x_2 = \frac{3}{2}$; в) $x_1 = 0, x_2 = 1$; г) $y_1 = 0, y_2 = -1$
43. Найти промежуток убывания функции $y = -x^2 + 4x - 3$.
 а) $[2; +\infty)$; б) $(-\infty; 2]$; в) $[1; +\infty)$; г) $(-\infty; 1]$
44. Найти все первообразные функции $y = x^6$.
 а) $6x^5 + C$; б) $\frac{x^7}{7} + C$; в) $\frac{x^6}{6} + C$; г) $\frac{x^7}{6} + C$.
45. Найти первообразную функции $f(x) = \sin x$, если $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$.
 а) $\cos x + 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $-\cos x + 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $\cos x + 1$; г) $-\cos x + 1$